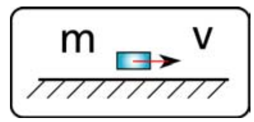
# L'APPLICATION DE LA THERMODYNAMIQUE AUX SYSTÈMES DE POMPAGE 2

## 2.0 L'ÉNERGIE ET LES PROPRIÉTÉS THERMODYNAMIQUES

Ce chapitre demande une petite introduction aux propriétés et états thermodynamiques. Plusieurs quantités mesurables sont utilisées pour définir l'état d'un corps: la température (T), la pression (p), la vitesse (v), et l'élévation (*z)*. Il y a une énergie qui correspond à chacune de ces quantités.

**Énergie cinétique**

L'équation pour l'énergie cinétique est:

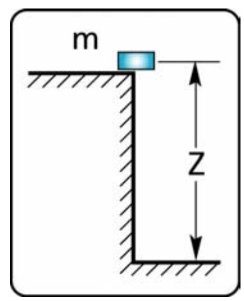



$$EC = \frac{1}{2} m v^2$$

L'énergie cinétique d'un corps est proportionnelle à lamasse *m* fois la vitesse *v* au carré.

**Énergie potentielle**

Une autre forme d'énergie est l'énergie potentielle:




$$EP = mg\,z$$

L'énergie potentielle est égale au poids *mg* fois la hauteur *z* potentielle de déplacement vertical de l'objet.

Ces deux types d'énergie peuvent interagir. Par exemple, un objet qui est situé sur le haut d'une pente verra sa vitesse augmentée progressivement plus il s'approche du bas de la pente. L'énergie potentielle de l'objet est transformée en énergie cinétique. Lorsqu'il aura atteint le bas toute l'énergie potentielle aura été convertie en énergie cinétique (en présumant une surface sans frottement).

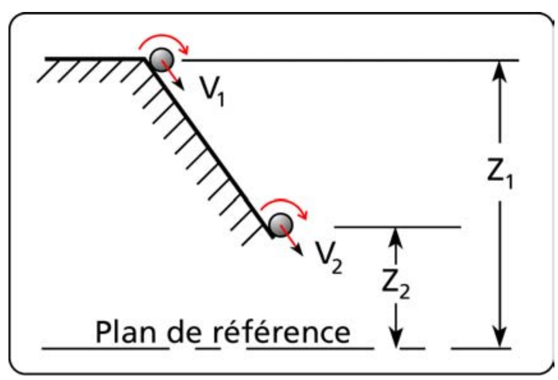



*Figure 2-1 La transformation de l'énergie potentielle en énergie cinétique.*

Le principe de conservation d'énergie dit que l'énergie ne peut être créée ni perdue. Conséquemment si une forme d'énergie croît, une autre forme doit décroître. Basé sur ce principe, on peut faire l'équilibre des énergies dans le système de la figure 2-1.

$$\Delta EC + \Delta EP = 0 \qquad [2\text{-}1]$$

L'équation [2-1] veut dire que la somme de la variation de l'énergie potentielle et cinétique entre les points 1 et 2 est égale à zéro.

On identifie les niveaux d'énergie à des positions particulières dans le système. Le point 1 est au haut de la pente et le point 2 au bas.

$$\Delta EP = EP_1 - EP_2 \;\; et \;\; \Delta EC = EC_1 - EC_2$$

$$mg(z_1 - z_2) + \frac{1}{2}m({v_1}^2 - {v_2}^2) = 0$$

$${v_2}^2 - {v_1}^2 = 2g(z_1 - z_2) \qquad [2\text{-}2]$$

L'équation [2-1] exprime le principe de conservation d'énergie pour l'objet. Ceci nous mène à l'équation [2-2] qui décrit le changement de la vitesse avec la position verticale de l'objet.

Le principe de conservation d'énergie nous permet d'établir des équilibres de plusieurs sortes d'énergie dans les systèmes. Les énergies présentent dans un système sont en changement constant, on utilise le terme delta $\Delta$ dans l'équation [2-1] pour exprimer ce changement.

**Propriétés thermodynamiques**

Les propriétés thermodynamiques sont les différentes énergies associées avec un corps (par exemple, potentielle, cinétique, interne ou externe). Une caractéristique de la propriété thermodynamique est que sa valeur est indépendante du chemin parcouru. L'énergie potentielle (EP) et l'énergie cinétique (EC) sont des propriétés thermodynamiques. D'autres quantités d'énergie tel que le travail et la chaleur sont requises pour décrire complètement un système réel. Ces quantités dépendent du parcours ou de la méthode choisie de passer d'un état à l'autre.

## 2.1 LES SYSTÈMES FERMÉS ET L’ÉNERGIE INTERNE

Le système montré à la figure 2-2 montre un fluide dans un tube scellé avec la sortie connectée à l’entrée formant un système fermé.

**Énergie interne**

Tous les fluides ont une énergie interne (U). Si on applique une source de chaleur au système, le résultat sera d’augmenté la température, la pression et l’énergie interne du fluide. Cette énergie est présente au niveau moléculaire de la substance.

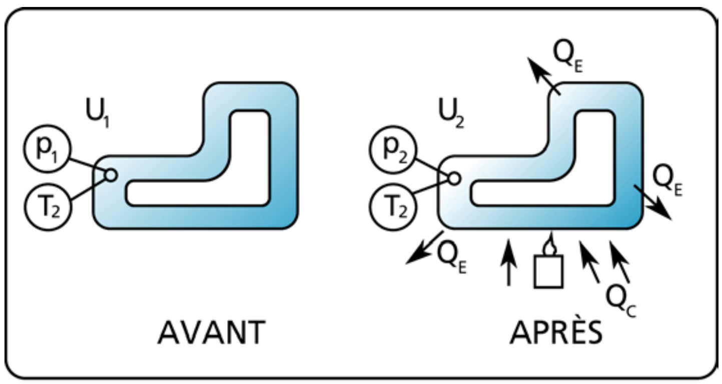



*Figure 2-2 La relation entre l’énergie interne et la perte de chaleur dans un système fermé.*

**Les systèmes fermés**

Un système fermé est un système ou aucune masse entre ou sort. Si on applique de la chaleur à un fluide dans un environnement clos, qu’arrive t’il? La pression et la température du fluide augmenteront. L’augmentation de température fait aussi augmenter l’énergie interne de la substance.

La source de chaleur augmente l’énergie interne d’un niveau $U_1$ à $U_2$. Les quantités d’énergies qui sont présentent dans ce système sont *U* et *Q*. Donc l’équilibre des énergies est:

$$Q = Q_C - Q_E = \Delta U = U_1 - U_2$$

$Q_C$ est la quantité d’énergie absorbée par le fluide de la source et $Q_E$ est la perte de chaleur à l’environnement. L’énergie interne a changé de niveau à l’instant 1, à un autre niveau à l’instant 2, après l’application de la chaleur. L’énergie interne (U) est une propriété thermodynamique.

## 2.2 LES SYSTÈMES FERMÉS, L'ÉNERGIE INTERNE ET LE TRAVAIL

Une autre façon d'augmenter l'énergie interne d'un fluide est de faire du travail au moyen d'une pompe. De cette façon, on peut changer l'énergie interne de $U_1$ à $U_2$ sans l'application de la chaleur. Ceci augmente la température du fluide provoquant une perte de chaleur à l'environnement ($Q_E$).

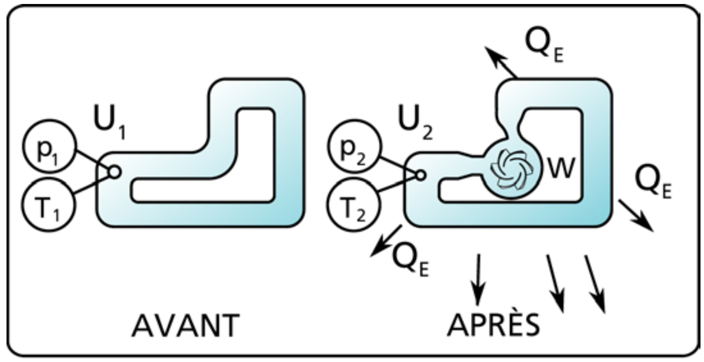



*Figure 2-3 La relation entre l'énergie interne, le travail et la perte de chaleur dans un système fermé.*

Dans ce cas, l'équilibre des énergies est:

$$Q_E - W = \Delta U = U_1 - U_2$$

*La convention de signe adopté est : l'énergie qui sort du système est positive et l'énergie qui entre dans le système est négative.*

## 2.3 LES SYSTÈMES OUVERTS ET L'ENTHALPIE

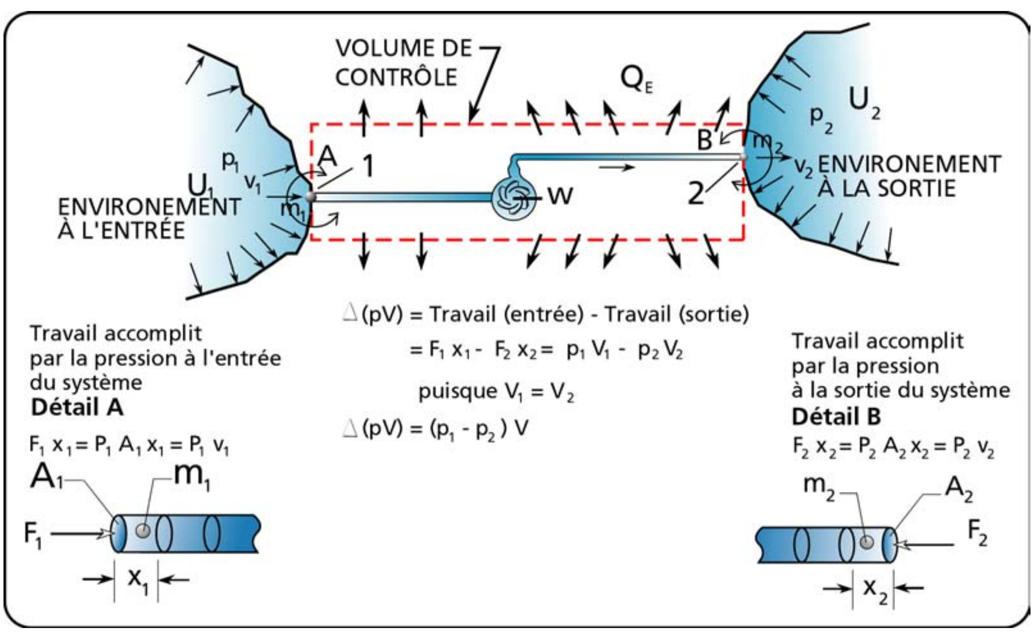



*Figure 2-4 La relation entre l'énergie interne, le travail, la perte de chaleur et un environnement pressurisé pour un système ouvert.*

Un système ouvert est un système ou la masse peut entrer et sortir. Une quantité de masse qui entre dans le système doit sortir en quantité égale, ceci est l'expression du principe de conservation de la masse. On définit une frontière précise qu'on appelle le *volume de contrôle* pour l'enceinte qui recoupe l'entrée et la sortie. Chaque unité de masse ($m_1$) et volume ($V_1$) qui entre dans le système est sujet à une pression ($p_1$) à l'entrée. La même chose est vraie pour une masse ($m_2$) qui sort du système et est sujette à une pression ($p_2$). Le principe de conservation de la masse exige que $m_1 = m_2$. Puisque les fluides sont incompressibles alors $V_1 = V_2$. La pression à l'entrée produit une quantité de travail qui aide à pousser le fluide à travers le système. La pression à la sortie produit un travail qui oppose ce mouvement. La différence entre ces deux termes de travail est le travail net produit par la pression extérieur sur le système. Cette différence est le terme $\Delta(pV)$. Ce terme est la seule différence dans l'équilibre des énergies des systèmes montrés à la figure 2-3 et la figure 2-4.

L'équilibre des énergies est

$$Q_E - W = \Delta U - \Delta(pV) = \Delta En$$

$\Delta U$ et $\Delta(pV)$ sont des termes qui sont toujours présents dans les systèmes ouverts. On les a donc combinés en un terme et appelés l'enthalpie *En*. L'enthalpie est aussi une propriété thermodynamique.

## 2.4 LES SYSTÈMES OUVERTS, L'ENTHALPIE, L'ÉNERGIE POTENTIELLE ET CINÉTIQUE

Dans un système fermé, les particules de fluide se déplacent du bout du récipient à un autre sans quitter l'enceinte. On ne peut avoir un changement net de la vitesse et donc de l'énergie cinétique dans un tel système. Dans les systèmes ouverts, les particules de fluide se déplacent de l'entrée à la sortie et quitte le système. La vitesse peut changer entre l'entrée et la sortie ce qui implique un changement de l'énergie cinétique, la pompe fournit l'énergie pour compenser pour ce changement d'énergie cinétique.

Le même raisonnement est vrai pour l'énergie potentielle dans un système fermé. Une particule de fluide qui s'élève du bas du récipient pour monter vers le haut éventuellement retournera vers le fond. Il ne peut y avoir d'effet net sur le changement d'énergie potentielle dans un système fermé. Dans un système ouvert, les particules de fluide quittent souvent le système à une élévation différente de laquelle ils entrent ce qui produit une différence d'énergie potentielle. La pompe fournit aussi l'énergie pour compenser ce changement d'énergie potentielle.

**Énergie potentielle**

La différence d’élévation entre l’entrée et la sortie du système produit une différence d’énergie potentielle dans le système. L’énergie potentielle augmente quand les particules de fluide quittent le système à un niveau plus haut qu’ils entrent. La pompe fournit l’énergie pour compenser pour l’augmentation de l’énergie potentielle. Si le fluide quitte le système à une élévation plus basse qu’il entre, l’énergie potentielle diminue et il sera possible de convertir cette énergie en travail utile. C’est ce qui arrive dans un barrage hydroélectrique. Il y a un canal sous le barrage qui amène l’eau à la turbine, l’énergie cinétique de l’eau est utilisée pour faire tourner une turbine qui actionne un générateur pour produire de l’électricité. L’énergie potentielle du fluide dans le haut du réservoir en amont du barrage est la source d’énergie du générateur.

**Énergie cinétique**

Il y a souvent une différence de vitesse entre l’entrée et la sortie du système. Souvent la vitesse est plus haute à la sortie qu’à l’entrée et ceci produit une augmentation de l’énergie cinétique. La pompe doit fournir l’énergie requise pour palier à cette différence.

L’équilibre complet des énergies pour un système ouvert est:

$$Q_E - W = \Delta En + \Delta EC + \Delta EP \qquad [2\text{-}3]$$

Dans l’équation [2-3] on a mit les propriétés thermodynamiques sur le côté droit de l’équation. La perte de chaleur ($Q_E$) et le travail (W) sont mis sur le côté gauche. Pour déterminer $Q_E$ et $W$, on doit connaître la cause de la perte de chaleur et la façon dont le travail est produit.

## 2.5 LE TRAVAIL EFFECTUÉ PAR LA POMPE

La fonction de la pompe est de pressuriser le fluide avec suffisamment d’énergie de pression pour transférer le fluide à travers le système au débit requis. L’énergie requise de la pompe doit balancer l’énergie associée aux pertes due au frottement, le changement d’élévation, de vitesse et de pression entre l’entrée et la sortie du système.

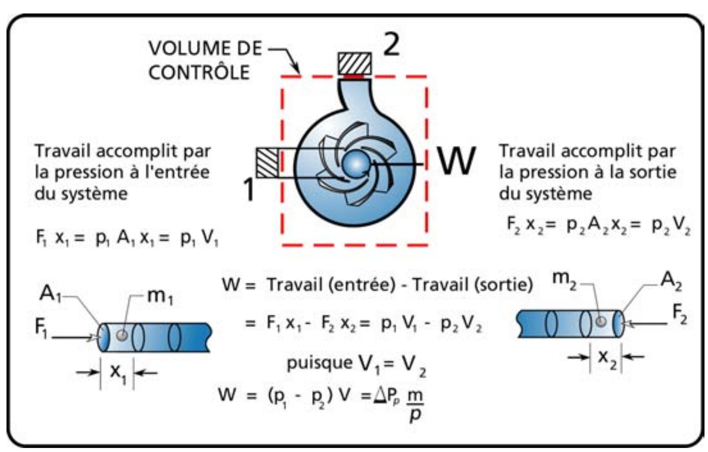



*Figure 2-5 Le travail effectué par la pompe.*

Dans ce livre on traite la pompe comme une boîte noire qui a la fonction d'augmenter la pression d'un fluide pour un débit donné. Pour plus de détails sur le fonctionnement détaillé d'une pompe centrifuge, je vous recommande la référence 15 (voir la bibliographie) pour un excellent traitement de ce sujet.

## 2.6 LES PERTES DE CHARGE DUE AU FROTTEMENT DU FLUIDE ET L'EFFET DES ÉQUIPEMENTS

La perte de chaleur ($Q_E$) est la somme des pertes due au frottement produit par le fluide dans la tuyauterie et dans l'équipement.

$$Q_E = Q_F + Q_{EQ}$$

**La perte de charge due au frottement** ($Q_F$)
Comment est-il possible de quantifier la perte de charge due au frottement? Le frottement produit par un fluide se situe à l'intérieur du fluide et aussi à l'interface du fluide avec la paroi du tuyau. Une étude détaillée de cet effet est présenté dans le chapitre 3. Le frottement dans les fluides produit une perte de chaleur qu'on nomme ($Q_F$) qui se dissipe dans l'environnement. L'augmentation de température dû à cet effet est négligeable.

L'énergie correspondant à la perte de chaleur ($Q_F$) doit être fournie par la pompe. La force nette requise pour équilibrer le frottement est $F_1$ - $F_2$. Ces forces sont le résultat de l'action des pressions $p_1$ et $p_2$. La différence entre $p_1$ et $p_2$ est la pression différentielle ou la perte de pression associée au frottement pour une longueur donnée de tuyau. Plusieurs publications donnent (référence 1 et 8 par exemple) les valeurs de perte de charge en pieds de fluide sous forme de tables. La perte de charge peut aussi être calculée directement à l'aide de l'équation de Colebrook qu'on verra au chapitre 3.

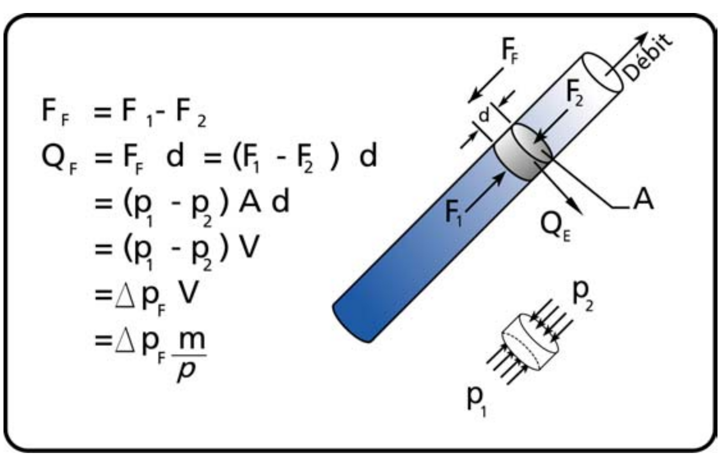



*Figure 2-6 La perte de chaleur due au frottement du fluide dans une conduite.*

**La perte de charge due à l'équipement** ($Q_{EQ}$)
Il y a beaucoup d'équipements différents qui peuvent être installer dans un système industriel. Des vannes de contrôle, des filtres, des échangeurs de chaleur sont quelques exemples d'équipements. Vu la multiplicité d'équipement possible, il est peu pratique d'analyser chacun d'eux pour déterminer leur effet. Par contre, on peut quantifier l'effet global de l'équipement puisqu'on sait qu'il y aura une différence de pression d'un côté à l'autre de l'équipement pour compenser pour les pertes dues au frottement. Le frottement du fluide à travers l'équipement produira une perte de chaleur ($Q_{EQ}$) qui se perdra dans l'environnement. On peut calculer la perte de chaleur due au frottement de la même façon qu'on calcule le travail requis par la pompe (W).

$$Q_{EQ} = \Delta p_{EQ} \frac{m}{\rho}$$

Les manufacturiers d'équipements donnent normalement les pertes de charge pour différents débits d'opérations.

## 2.7 LE VOLUME DE CONTRÔLE

Jusqu'à présent on a utilisé le concept du volume de contrôle sans le définir. Le volume de contrôle est une enceinte imaginaire qui enveloppe le système à étudier et recoupe les entrées et sorties de celui-ci. Ceci rend possible l'application du principe de conservation de masse. La position des parois de l'enceinte est déterminée en situant de façon appropriée les entrées et sorties, c'est à dire aux endroits où on connaît les conditions de pression, d'élévation et de vitesse. Le volume de contrôle doit aussi contenir toutes les sources d'énergies internes ou externes qui affectent le système. Ceci rend possible l'application du principe de conservation de l'énergie.

Comment définit-on le volume de contrôle dans un système réel? La figure 2-7 montre un système industriel typique. Peut-on localiser le point 1 du volume de contrôle sur la ligne d'alimentation du réservoir d'aspiration tel que montré à la figure 2-7? Non, cette position est indéterminée, c'est à dire qu'il n'y a pas de position sur le tuyau qui nous offre plus d'informations qu'une autre.

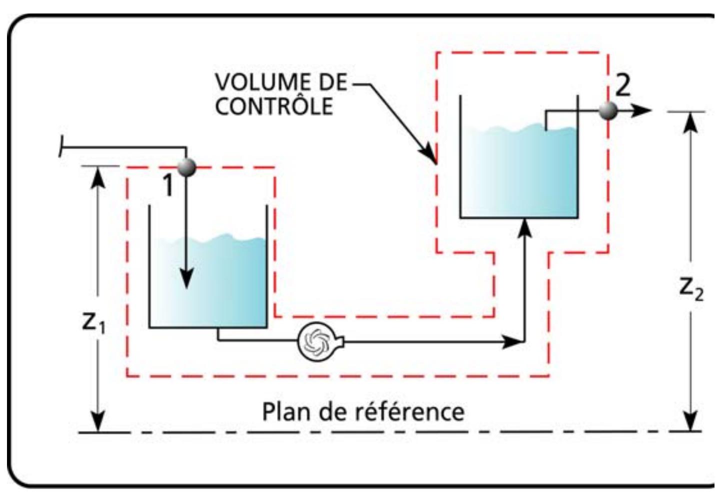


*Figure 2-7 Position incorrecte du volume de contrôle.*

Considérez plutôt la figure 2-8, on sait que la pression à l'entrée de la pompe sera proportionnelle au niveau dans le réservoir d'aspiration, il serait donc logique que le volume de contrôle est une intersection avec la surface liquide de ce réservoir. Le tuyau d'alimentation du réservoir d'aspiration est seulement le moyen par lequel on maintient le niveau dans le réservoir, à chaque instant donné c'est le niveau dans le réservoir qui contrôle la quantité d'énergie disponible à l'entrée de la pompe. Une autre raison importante pour localiser le point 1 tel que montré à la figure 2-8 est que le volume de contrôle doit recoupé toutes les sources d'énergies qui affectent le système, la pression atmosphérique affecte aussi le système.

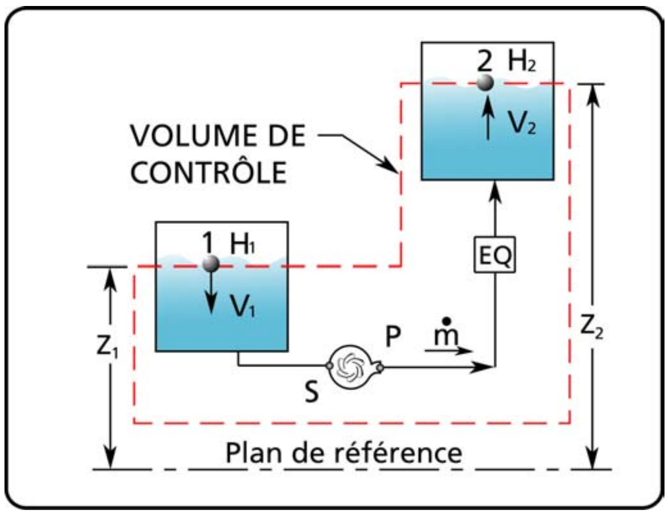



*Figure 2-8 Le positionnement correcte du volume de contrôle dans un système de pompage.*

On pourrait argumenter que la pression atmosphérique est la même sur le réservoir d'aspiration que sur le réservoir de décharge et que ces deux effets s'annulent. Ceci est vrai, par contre, si on ferme les réservoirs et on les pressurise, les niveaux de pressions peuvent être quelconques. Cette position du volume de contrôle nous permet de faire varier à notre gré la pression dans ces deux réservoirs. On applique un raisonnement semblable pour la localisation du point 2 sur la surface liquide du réservoir de décharge.

Ceci nous amène à une généralisation de la représentation des systèmes de pompage que nous utiliserons dorénavant (voir la figure 2-8). Cette représentation tient compte de la possibilité que les réservoirs soient pressurisés. Les termes $H_1$ et $H_2$ dans la figure 2-8 représentent respectivement la hauteur de charge de pression sur la surface liquide du réservoir d'aspiration et de décharge. En plus, cette représentation générale tient compte de la possibilité que le système n'ait pas de réservoirs et que les points 1 et 2 soient des connexions sur des conduites d'autres systèmes. Un volume plus grand est la seule différence entre un tuyau et un réservoir. La dimension des réservoirs n'entre pas dans la discussion et il pourrait être aussi petit que le tuyau. Il est toujours possible de déconnecté dans notre imagination un sous-ensemble d'un système si on connaît la pression, la vitesse et l'élévation aux points de connexions. Donc la figure 2-8 peut représenter tous les cas possibles.

## 2.8 LA HAUTEUR DE CHARGE TOTALE CALCULÉE À PARTIR DE L'ÉQUILIBRE DES ÉNERGIES

On a maintenant toute l'information nécessaire pour faire le calcul de l'énergie requise de la pompe ou de la hauteur de charge totale. En premier, on calcule la perte d'énergie due au frottement associée au fluide et à l'équipement ($Q_E$). Après, on calcule la variation des énergies associées à l'entrée et la sortie du système telles que:

1. L'énergie potentielle ($\Delta EP$) associée à la différence d'élévation entre l'entrée et la sortie du système.

2. L'énergie cinétique ($\Delta EC$) associée à la variation de la vitesse des particules de fluide à l'entrée vs. la sortie du système.

3. L'enthalpie $\Delta En$ ($\Delta En = \Delta U + \Delta(pV)$) est formée de deux composantes. La première est l'énergie interne ($\Delta U$) du fluide. Dans la plus part des cas qui nous concernent, le changement d'énergie interne est très faible puisque la température varie peu, donc ($\Delta U = U_1 - U_2 = 0$). L'autre composante de l'enthalpie c'est le changement de pression entre l'entrée et la sortie du système $\Delta(pV)$.

La différence entre les énergies d'entrée et sortie du système additionnée aux pertes de charge dues au fluide et à l'équipement est le travail (W) qui doit être fait par la pompe.

## 2.9 L'ÉQUATION DE LA HAUTEUR DE CHARGE TOTALE POUR UN SYSTÈME À UNE ENTRÉE ET UNE SORTIE

Le système le plus simple qu'on peut considérer est un système à une entrée et une sortie. La première loi de la thermodynamique ou l'équilibre des énergies pour un système ouvert dit:

$$\dot{Q}_E - \dot{W} = \Delta\dot{E}n + \Delta E\dot{C} + \Delta E\dot{P} \qquad [2\text{-}4]$$

L'équation [2-4] exprime le taux de variation des énergies au lieu de la variation telle qu'à l'équation [2-3]. Ceci nous permet de faire l'équilibre des débits massiques comparativement à faire seulement l'équilibre des masses entre l'entrée et la sortie du système. Dans la figure 2-8, la boîte avec le terme EQ représente l'effet de tous les équipements entre les points 1 et 2 dans le système. Les termes $H_1$ et $H_2$ sont les hauteurs de charge de pression qui sont présentent sur la surface liquide du réservoir d'aspiration et de décharge. $z_1$ et $v_1$ sont respectivement l'élévation et la vitesse au point 1 ou l'entrée du système. $z_2$ et $v_2$ sont respectivement l'élévation et la vitesse au point 2 ou la sortie du système.

$$TAUX \quad D'ÉNERGIE = v\Delta F = \dot{V}\Delta p = \frac{\dot{m}}{\rho}\Delta p$$

Les équations qui suivent sont toutes basées sur l'équation ci-haute qui est le taux de travail ou d'énergie requis pour déplacer un corps de masse (m) à une vitesse (v). $\dot{V}$ et $\dot{m}$ sont respectivement le débit volumétrique et le débit massique. $\Delta p$ est la pression différentielle et $\rho$ est la densité du fluide.

**Le taux de perte de chaleur ($\dot{Q}_E$)**

Le taux de transfert de chaleur $\dot{Q}_E$ est la chaleur générée dans le système par le frottement du fluide dans les conduites et l'équipement.

$$\dot{Q}_E = \frac{\dot{m}}{\rho}\left(\Delta p_{F1-2} + \Delta p_{EQ1-2}\right) \qquad [2\text{-}5]$$

ou $\Delta p_{F1-2}$ est la perte de pression associée avec le frottement du fluide à travers la tuyauterie entre les points 1 et 2. $\Delta p_{EQ1-2}$ est la somme des pertes de pression produites par tous les équipements entre les mêmes points.

**Le taux de travail ($\dot{W}$)**

De façon semblable, le taux de travail introduit dans le système par la pompe est:

$$\dot{W} = \frac{\dot{m}}{\rho}\Delta p_P \qquad [2\text{-}6]$$

ou $\Delta p_P$ est la différence de pression entre la sortie et l'entrée de la pompe (voir la figure 2-8 et 2-5).

**Le taux de variation de l'enthalpie ($\Delta\dot{E}n$)**

Le taux de variation de l'enthalpie est formé du taux de variation de l'énergie interne ($\Delta\dot{U}$) et du taux de variation de l'énergie de pression de l'entrée vs. la sortie du système $\Delta(p\dot{V})$. $\Delta\dot{U}$ est zéro ou négligeable dans la plupart des situations, donc:

$$\Delta\dot{E}n = \Delta\dot{U} + \Delta(p\dot{V}) = \dot{U}_1 - \dot{U}_2 + (p_1\dot{V}_1 - p_2\dot{V}_2) = p_1\dot{V}_1 - p_2\dot{V}_2 \text{ puisque } \dot{U}_1 - \dot{U}_2 = 0$$

Aussi dans le cas des fluides incompressibles $\dot{V}_1 = \dot{V}_2$, donc

$$\Delta\dot{E}n = \dot{V}(p_1 - p_2) = \frac{\dot{m}}{\rho}(p_1 - p_2) \qquad [2\text{-}7]$$

ou $p_1$ est la pression sur la surface liquide du réservoir d'aspiration et $p_2$ est la pression sur la surface liquide du réservoir de décharge.

**Le taux de variation de l'énergie cinétique** ($\Delta E\dot{C}$)
L'énergie cinétique est l'énergie associée à la vitesse (v) d'un corps de masse (m). Le taux de variation de l'énergie cinétique dans le système est:

$$\Delta E\dot{C} = \frac{1}{2g_c}\dot{m}(v_1{}^2 - v_2{}^2) \qquad [2\text{-}8]$$

ou $v_1$ est la vitesse des particules de fluide sur la surface liquide du réservoir d'aspiration à l'entrée du système et $v_2$ est la vitesse des particules fluide sur la surface liquide du réservoir de décharge à la sortie du système. La constante ($g_c$) est requise pour convertir les unités dans le système impériale.

**Le taux de variation de l'énergie potentielle** ($\Delta E\dot{P}$)
L'énergie potentielle est l'énergie associée à la position verticale $z_2$ *et* $z_1$ d'une masse (m) dans un champ de gravité. Le taux de variation de l'énergie potentielle dans le système est:

$$\Delta E\dot{P} = \dot{m}\frac{g}{g_c}(z_1 - z_2) \qquad [2\text{-}9]$$

ou $z_1$ et $z_2$ sont respectivement l'élévation des particules de fluide sur la surface liquide du réservoir d'aspiration et de décharge par rapport à un plan de référence.

En substituant les équations [2-5] à [2-9] dans l'équation [2-4] et en divisant par $\dot{m}\dfrac{g}{g_c}$, on obtient:

$$\frac{(\Delta p_{F1-2} + \Delta p_{EQ1-2})}{\rho\dfrac{g}{g_c}} - \frac{\Delta p_P}{\rho\dfrac{g}{g_c}} = \frac{(p_1 - p_2)}{\rho\dfrac{g}{g_c}} + \frac{1}{2g}(v_1{}^2 - v_2{}^2) + (z_1 - z_2) \qquad [2\text{-}10]$$

L'équation [2-10] est l'équation de Bernoulli avec comme termes supplémentaires l'augmentation de pression due à la pompe ($\Delta p_P$) et les pertes de charge dues au frottement dans la tuyauterie ($\Delta p_{F1\text{-}2}$) et l'effet de l'équipement ($\Delta p_{EQ1\text{-}2}$ ). La pression peut être exprimer en terme de hauteur de charge de pression tel que démontrée dans le chapitre 1.

$$p = \frac{\rho g H}{g_c} \qquad [2\text{-}11]$$

Tous les termes de pression sont remplacés par leur équivalent de hauteur de charge de pression avec l'aide de l'équation [2-11] $p_1 = \dfrac{\rho g H_1}{g_c}$, $\Delta p_{F1-2} = \dfrac{\rho g \Delta H_{F1-2}}{g_c}$, etc.). La constante $g_c$ se cancelle durant la substitution.

La hauteur de charge totale de la pompe est:

$$\boxed{\Delta H_P(pi\ \ fluide) = \Delta H_{F1-2} + \Delta H_{EQ1-2} + \frac{1}{2g}({v_2}^2 - {v_1}^2) + z_2 + H_2 - (z_1 + H_1)} \qquad [2\text{-}12]$$

L'unité de la hauteur de charge totale ($\Delta H_P$ ) est le pied de fluide. Les manufacturiers de pompe expriment toujours la hauteur de charge totale en terme de pieds d'eau. Est-ce qu'une correction est requise pour un fluide avec une densité différente de celle de l'eau? Doit t'on convertir les pieds de fluide en pieds d'eau? Tous les termes dans l'équation [2-12] sont de l'énergie par livre de fluide, ou lbf-pi/lbf; ce qui se simplifie pour donner des pieds (pi). Puisque la hauteur de charge est de l'énergie par unité de poids, la densité du fluide est sans conséquence (autrement dit une livre d'eau a le même poids qu'une livre de Mercure). Par contre, nous verrons plus loin que la puissance requise de la pompe exige que la densité du fluide soit considérée (voir le chapitre 4).

Les manufacturiers de pompe font les essais de performance sur leur pompe avec de l'eau. La performance des pompes centrifuges est affectée négativement par la viscosité du fluide. Celle-ci doit être corrigée pour des fluides qui ont une viscosité plus élevée que celle de l'eau (voir référence 1 et le site web www.fluidedesign.com pour les facteurs de correction due à la viscosité).

**EXEMPLE 2.1 – CALCULEZ LA HAUTEUR DE CHARGE TOTALE D'UN SYSTÈME DE POMPAGE TYPIQUE**

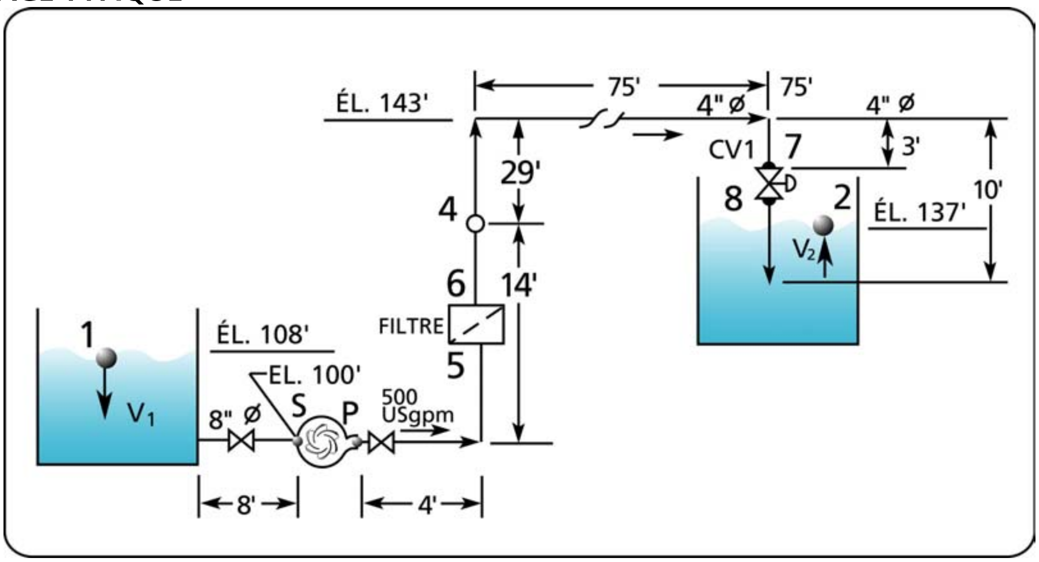



*Figure 2-9 Un système typique servant d'exemple pour le calcul de la hauteur de charge totale.*

Ce premier exemple nous permettra de calculer la hauteur de charge totale d'un système typique. Le fluide est de l'eau à 60 °F.

L'équation de la hauteur de charge totale est:

$$\Delta H_P = \Delta H_{F1-S} + \Delta H_{FP-4} + \Delta H_{F4-2} + \Delta H_{EQ1-S} + \Delta H_{EQP-4} + \Delta H_{EQ4-2} + \frac{1}{2g}(v_2^{\,2} - v_1^{\,2}) + z_2 + H_2 - (z_1 + H_1)$$

**Perte de charge due au frottement - Tuyaux et raccords**

POINT 1 À S

Perte de charge due à la tuyauterie entre les points 1 et S.

Frottement de la tuyauterie = Frottement dans le tuyau + frottement dans les raccords

$$\Delta H_{F1-S} = \Delta H_{FT1-S} + \Delta H_{FR1-S} \;\; et \;\; \Delta H_{FP-2} = \Delta H_{FTP-2} + \Delta H_{FRP-2}$$

ou $\Delta H_{PT1-S}$ est le frottement dû au tuyau entre les points 1 et S et $\Delta H_{FR1-S}$ est le frottement dû aux raccords c'est-à-dire coudes, vannes manuelles, etc. entre les deux même points. À partir des tables (référence 1 ou 8) on obtient les pertes de charge pour un tuyau de 8"$\Phi$ @ 500 USGPM:

$\Delta H_{FT1\text{-}S}/L$ = 0.42 pi/100 pi de tuyaux.

$$\Delta H_{FT1-S}=\frac{\Delta H_{FT}}{L}\times\frac{L_{1-S}}{100}=0.42\times\frac{8}{100}=0.03\ pi$$

La perte de charge due aux raccords entre les points 1 et S

Dans cette portion de la conduite il y a une vanne papillon de 8"$\Phi$.

1 vanne papillon d'isolation; $K_{vanne}$ = 0.25

$$\Delta H_{FR1-S}=\frac{K\,v_S^{\,2}}{2G}=\frac{0.25\times3.19^2}{2\times32.17}=0.04\,pi$$

La perte de charge pour la tuyauterie et les raccords entre les points 1 et S est:

$\Delta H_{F1\text{-}S} = \Delta H_{FT1\text{-}S} + \Delta H_{FR1\text{-}S}$ = 0.03 + 0.04 = 0.07 pi

POINT P À 4.

La perte de charge due à la tuyauterie entre les points P et 4.

Des tables (référence 1 ou 8), pour un tuyau de 4"$\Phi$ @ 500 USGPM:

$\Delta H_{FTP\text{-}4}/L$= 13.1 pi/100 pi de tuyau.

$$\Delta H_{FTP-4}=\frac{\Delta H_{FT}}{L}\times\frac{L_{P-4}}{100}=13.1\times\frac{18}{100}=2.3\ pi$$

Perte de charge due aux raccords entre les points P et 4

Dans cette portion de la ligne il y a:

1 coude de 4"$\Phi$; $K_{coude}$ = 0.25
1 vanne papillon d'isolation; $K_{vanne}$ = 0.25

$$\Delta H_{FRP-4}=\frac{(K_{coude}+K_{vanne})\times v_4^{\,2}}{2g}=\frac{(0.25+0.25)\times12.76^2}{2\times32.17}=1.3\,pi$$

La perte de charge entre les points P et 4 est:

$\Delta H_{FP\text{-}4} = \Delta H_{FTP\text{-}4} + \Delta H_{FRP\text{-}4}$ = 2.3 + 1.3 = 3.6 pi

POINT 4 À 2

Perte de charge due à la tuyauterie entre les points 4 et 2.

Des tables (référence 1 ou 8), pour un tuyau de 4"$\Phi$ @ 500 USGPM:

$\Delta H_{FTP-2}/L$= 13.1 pi/100 pi de tuyau

$$\Delta H_{FT4-2} = \frac{\Delta H_{FT}}{L} \times \frac{L_{4-2}}{100} = 13.1 \times \frac{114}{100} = 14.9\,pi$$

Perte de charge due aux raccords entre les points 4 et 2

Dans cette portion de la ligne il y a 2 coudes de 4"$\Phi$.

$K_{coude}$ = 0.25

$$\Delta H_{FR4-2} = \frac{2 \times K_{coude} \times v_2^{\,2}}{2g} = \frac{2 \times 0.25 \times 12.76^2}{2 \times 32.17} = 1.3\,pi$$

La perte de charge due à la tuyauterie et les raccords est:

$\Delta H_{F4-2} = \Delta H_{FT4-2} + \Delta H_{FR4-2}$ = 14.9 + 1.3 = 16.2 pi

**La perte de charge due à l'équipement**

POINT 1 À S.

$\Delta H_{EQ1-S} = 0$

POINT P À 4

On considère le filtre entre les points P et 4 comme une pièce d'équipement. Le manufacturier du filtre spécifie que le filtre aura une perte de pression de 5 psi à un débit de 500 USGPM. Pour de l'eau 5 psi est 11.5 pi de hauteur de charge (5 X 2.31, voir l'équation [1-5]).

$\Delta H_{EQP-4} = \Delta H_{EQFIL}$ = 11.5 pi

POINT 4 À 2

La vanne de contrôle entre le point P et 4 est considérée comme une pièce d'équipement. Nous allons allouer une perte de charge de 10 pi de fluide. Il y a plus d'informations sur cette approche au chapitre 3.

$\Delta H_{EQ4\text{-}2} = \Delta H_{EQCV} = 10$ pi

**Différence de hauteur de charge cinétique**

La différence de hauteur de charge cinétique entre les points 1 et 2 est nulle puisque $v_1$ et $v_2$ sont très petits.

$$\Delta H_v = \frac{1}{2g}(v_2{}^2 - v_1{}^2) = \frac{1}{2g}(0-0) = 0$$

**La hauteur statique totale**

Les réservoirs d'aspiration et de décharge ne sont pas pressurisés alors $H_1 = H_2 = 0$.

La différence d'élévation est $z_2 - z_1 = 137 - 108 = 29$ pi

**La hauteur de charge totale**

L'équation de la hauteur de charge totale est:

$$\Delta H_P = \Delta H_{F1-S} + \Delta H_{FP-4} + \Delta H_{F4-2} + \Delta H_{EQ1-S} + \Delta H_{EQP-4} + \Delta H_{EQ4-2} + \frac{1}{2g}(v_2{}^2 - v_1{}^2) + z_2 + H_2 - (z_1 + H_1)$$

En substituant les valeurs calculés précédemment dans l'équation ci-haut on obtient :

$\Delta H_P$ = (0.07 + 3.6 + 16.2 + 0 + 11.5 + 10) + 0 + (137 + 0 - (108 + 0 )) = 70.4 pi

Le résultat des calculs indique que la pompe aura besoin d'une hauteur de charge totale de 70.4 pi pour le débit de 500 USGPM. **Comment peut-on garantir que la pompe produira le débit requis de 500 USGPM?** Voir le chapitre 4.

## 2.10 UNE MÉTHODE POUR DÉTERMINER LA HAUTEUR DE CHARGE DE PRESSION À UN ENDROIT QUELCONQUE DANS UN SYSTÈME

La figure 2-10 montre la variation importante de pression qui peut exister dans un système de pompage. La hauteur de charge de pression juste avant la vanne de contrôle est une donnée qui est requise pour sélectionner la vanne. La méthode suivante nous permettra de faire ce calcul.

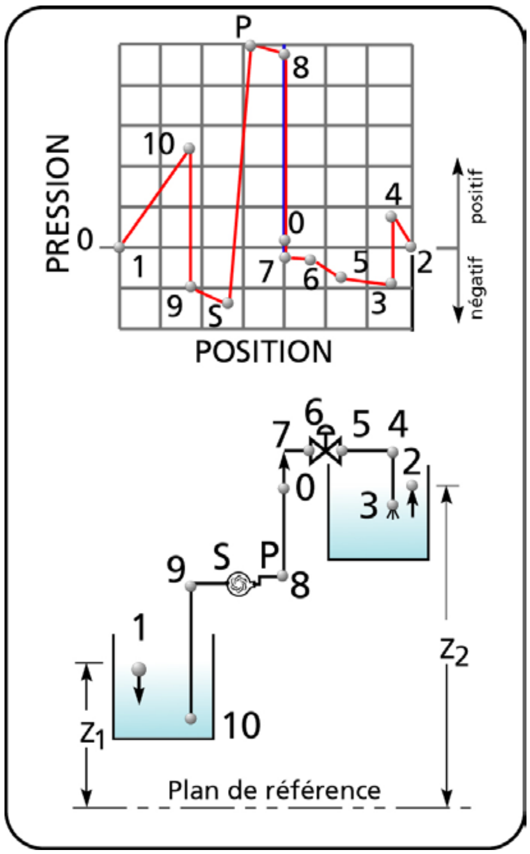



*Figure 2-10 La variation de pression dans un système typique.*

A. La hauteur de charge de pression située sur le côté décharge de la pompe

Premièrement, on calcule la hauteur de charge totale du système complet utilisant l'équation [2-12]. Un volume de contrôle est positionné pour recouper le point X et le point 1 (voir figure 2-11). Le point X peut être localisé n'importe où entre les points P et 2. L'équation de la hauteur de charge totale [2-12] est utilisé en remplaçant le point 2 par le point X. On solutionne l'équation pour la variable $H_x$ au lieu de $\Delta H_P$.

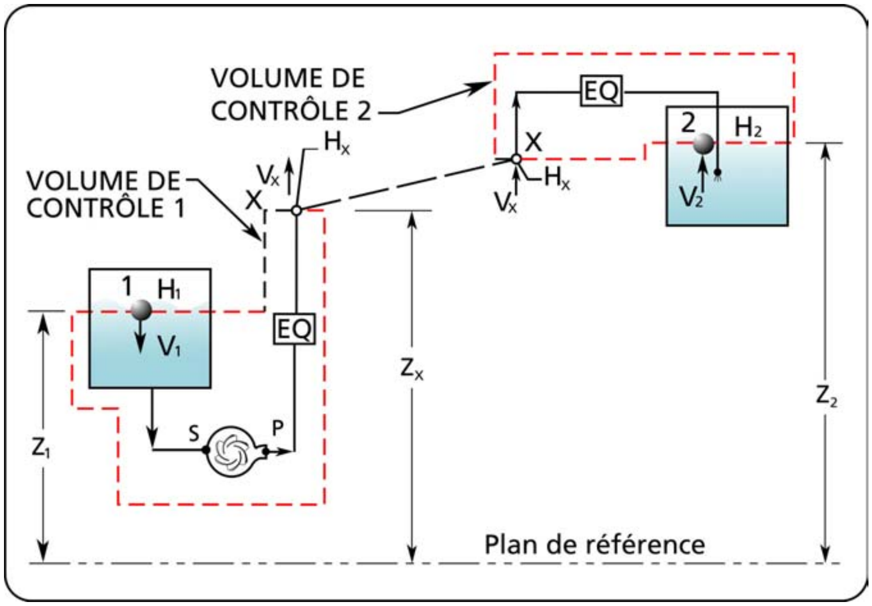



*Figure 2-11 L'utilisation des volumes de contrôle pour déterminer la hauteur de charge de pression n'importe où après la pompe.*

De l'équation [2-12], la hauteur de charge totale du système est:

$$\Delta H_P = \Delta H_{F1-2} + \Delta H_{EQ1-2} + \frac{1}{2g}(v_2^{\ 2} - v_1^{\ 2}) + z_2 + H_2 - (z_1 + H_1)$$

On applique l'équation [2-12] en remplaçant l'indice 2 par X donc, $H_2 = H_X$, $\Delta H_{F1-2} = \Delta H_{F1-X}$ $\Delta H_{EQ1-2} = \Delta H_{EQ1-X}$, $v_2 = v_X$, $z_2 = z_X$. La variable inconnue $Hx$ est isolée sur un côté de l'équation:

$$H_X = \Delta H_P - (\Delta H_{F1-X} + \Delta H_{EQ1-X}) + \frac{1}{2g}(v_1^{\ 2} - v_X^{\ 2}) + z_1 + H_1 - z_X \qquad [2\text{-}13]$$

La variable inconnue $H_x$ peut aussi être déterminée en utilisant le volume de contrôle 2 (voir la figure 2-11). En utilisant le même raisonnement que plus haut, dans l'équation [2-12], $\Delta H_P = 0$ et tous les termes avec l'indice 1 sont remplacés par X.

Donc, $H_1 = H_X$, $\Delta H_{F1-2} = \Delta H_{FX-2}$, $\Delta H_{EQ1-2} = \Delta H_{EQX-2}$ $v_1 = v_X$, $z_1 = z_X$

$$H_X = \Delta H_{FX-2} + \Delta H_{EQX-2} + \frac{1}{2g}(v_2^{\ 2} - v_X^{\ 2}) + z_2 + H_2 - z_X \qquad [2\text{-}14]$$

Nous avons donc deux méthodes pour calculer la hauteur de charge de pression à n'importe quelle position dans un système. Nous pouvons utiliser une équation pour vérifier les résultats de l'autre. Le calcul de $H_X$ est souvent plus rapide en utilisant l'équation [2-14].

*À noter que dans l'équation [2-14], la valeur de $\Delta H_P$ n'est pas requise pour calculer $H_x$.*

B. La hauteur de charge de pression située sur le côté aspiration de la pompe

Nous pouvons calculer la hauteur de charge de pression n'importe où sur le côté aspiration de la pompe en utilisant la même méthode que précédemment. Dans ce cas, $\Delta H_P = 0$ puisqu'il n'y a pas de pompe à l'intérieur du volume de contrôle de la figure 2-12.

$\Delta H_P = 0$ et les indices 2 sont remplacés par l'indice X dans l'équation [2-12].

$$H_X = -(\Delta H_{F1-X} + \Delta H_{EQ1-X}) + \frac{1}{2g}(v_1^2 - v_X^2) + z_1 + H_1 - z_X \qquad [2\text{-}15]$$

La vitesse $v_X$ doit être la même qu'au point X dans le système complet. Dans le chapitre 3, nous utiliserons l'équation [2-15] pour calculer la hauteur de charge nette positive à l'entrée de la pompe.

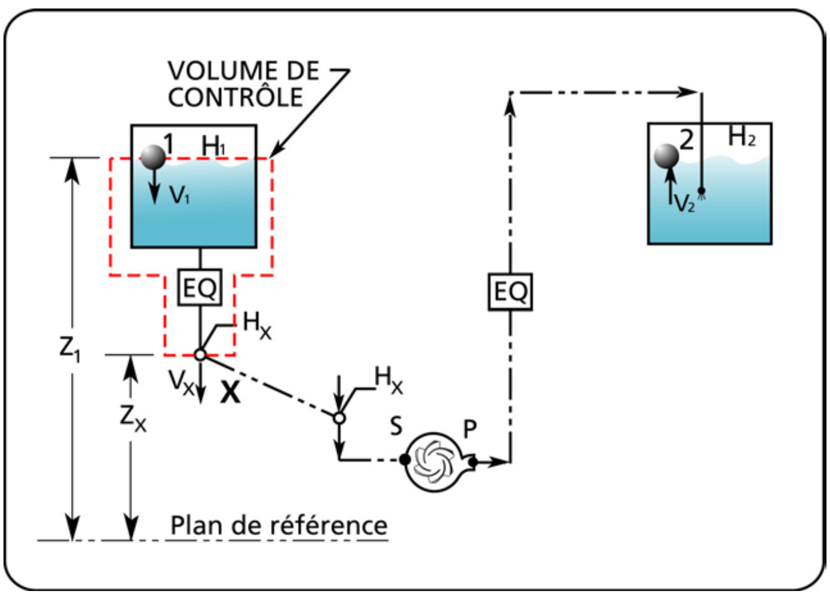



*Figure 2-12 L'utilisation du volume de contrôle pour déterminer la hauteur de charge de pression n'importe où avant la pompe.*

## EXEMPLE 2.2 – CALCULEZ LA HAUTEUR DE CHARGE DE PRESSION À L’ENTRÉE DE LA VANNE DE CONTRÔLE

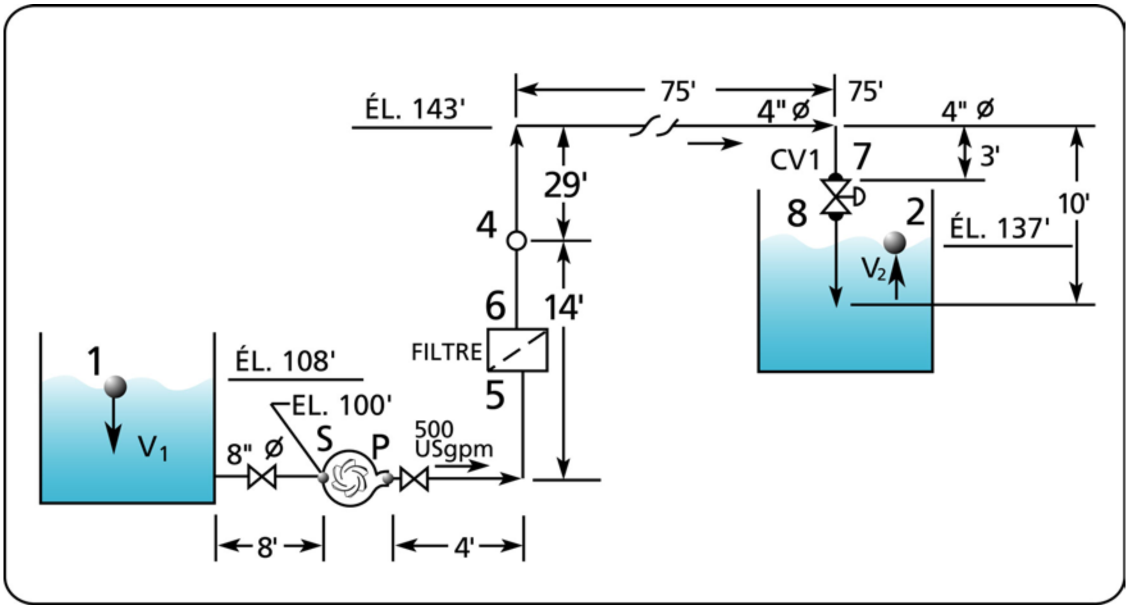



*Figure 2-13 Un système typique servant d’exemple pour le calcul de la pression à l’entrée de la vanne de contrôle.*

On a souvent besoin de connaître la pression juste à l’entrée d’une pièce d’équipement telle une vanne de contrôle. Nous allons appliquer la méthode développée dans la section précédente pour calculer la pression juste avant la vanne de contrôle dans l’exemple 2.1.

CALCULER LA HAUTEUR DE CHARGE DE PRESSION AU POINT 7 EN UTILISANT L’ÉQUATION [2-13]

On peut appliquer l’équation [2-13] où le point X est le point 7 (X = 7) et $\Delta H_P$ = 70.4 pi qui fut précédemment calculer dans l’exemple 2.1.

$$H_7 = 70.4 - (\Delta H_{F1-S} + \Delta H_{EQ1-S}) - (\Delta H_{FP-7} + \Delta H_{EQP-7}) + \frac{1}{2g}(v_1^2 - v_7^2) + z_1 + H_1 - z_7$$

**Perte de charge due au frottement dans la tuyauterie et les raccords**

POINT 1 À S

De l’exemple 2.1: $\Delta H_{F1-S}$ = 0.07 pi

POINT P À 7

$\Delta H_{FP\text{-}7} = \Delta H_{FPT\text{-}7} + \Delta H_{FRP\text{-}7}$

Perte de charge due au frottement de la tuyauterie entre les points P et 7.

Des tables (référence 1 ou 8), pour un tuyau de 4"Φ @ 500 USGPM:

$\Delta H_{FTP\text{-}7} / L$= 13.1 pi/100 pi de tuyau.

$$\Delta H_{FTP-7} = \frac{\Delta H_{FT}}{L} \times \frac{L_{P-7}}{100} = 13.1 \times \frac{125}{100} = 16.4\,pi$$

Perte de charge due aux raccords entre les points P et 7

Dans cette portion de la ligne il y a:

3 coudes de 4"Φ; $K_{coude}$ = 0.25
1 vanne d'isolation de type papillon de 4"Φ; $K_{vanne}$ = 0.25.

$$\Delta H_{FRP-7} = \frac{(3 \times K_{coude} + K_{vanne}) \times v_7^{\,2}}{2g} = \frac{(3 \times 0.25 + 0.25) \times 12.6^2}{2 \times 32.17} = 2.5\,pi$$

La perte de charge pour la tuyauterie et les raccords entre les points P et 7 est:

$\Delta H_{FP\text{-}7} = \Delta H_{FTP\text{-}7} + \Delta H_{FRP\text{-}7} =$ 16.4 + 2.5 = 18.9 pi

Perte de charge due à l'équipement

POINT 1 À S

$\Delta H_{EQ1\text{-}S} = 0$

POINT P À 7

Le filtre entre les points P et 4 a une perte de pression de:

$\Delta H_{EQP\text{-}7} = \Delta H_{EQFIL}$ = 11.5 pi

**Différence de hauteur de charge cinétique**

La différence de hauteur de charge cinétique entre les points 1 et 7 est:

$$\Delta H_v = \frac{1}{2g}(v_1^2 - v_7^2) = \frac{1}{2g}(0 - 12.76^2) = -2.5\,pi$$

**La hauteur statique totale**

Le réservoir d'aspiration est non pressurisé, donc $H_1 = 0$.

La différence d'élévation $z_1 - z_7 = 108 - 140 = -32$ pi

**La hauteur de charge de pression au point 7**

L'équation pour déterminer la hauteur de charge de pression au point 7 est:

$$H_7 = 70.4 - (\Delta H_{F1-S} + \Delta H_{EQ1-S}) - (\Delta H_{FP-7} + \Delta H_{EQP-7}) + \frac{1}{2g}(v_1^2 - v_7^2) + z_1 + H_1 - z_7$$

En substituant les valeurs calculées dans l'équation ci-haut on obtient:

$H_7 = 70.4 - 0.07 - (18.9 + 11.5) - 2.5 + (108 + 0 - 140) = 5.4$ pi

CALCULER LA HAUTEUR DE CHARGE DE PRESSION AU POINT 7 EN UTILISANT L'ÉQUATION [2-14]

On peut vérifier la calcul de la valeur de $H_7$ en utilisant l'équation [2-14]. On remplace l'indice 7 pour X dans l'équation [2-14], ce qui nous donne:

$$H_7 = \Delta H_{F7-2} + \Delta H_{EQ7-2} + \frac{1}{2g}(v_2^2 - v_7^2) + z_2 + H_2 - z_7$$

**La perte de charge de frottement due à la tuyauterie et les raccords**

POINT 7 À 2

$$\Delta H_{F7-2} = \Delta H_{FT7-2} + \Delta H_{FR7-2}$$

La perte de charge due à la tuyauterie entre les points 7 et 2.

Des tables (référence 1 ou 8), pour un tuyau de 4"$\Phi$ @ 500 USGPM:

$\Delta H_{FT7\text{-}2}/L$= 13.1 pi/100 pi de tuyau.

$$\Delta H_{FT7-2} = \frac{\Delta H_{FT}}{L} \times \frac{L_{7-2}}{100} = 13.1 \times \frac{7}{100} = 0.92\,pi$$

Perte de charge due aux raccords entre les points 7 et 2

Dans cette portion de la ligne il n’y a pas de raccords. Donc $\Delta H_{FR7\text{-}2} = 0$

La perte de charge due à la tuyauterie et les raccords entre les points 7 et 2 est:

$\Delta H_{F7\text{-}2} = \Delta H_{FT7\text{-}2} + \Delta H_{FR7\text{-}2} =$ 0.92 + 0 = 0.92 pi.

**Différence de hauteur de charge de pression due à l’équipement**

POINT 7 À 2

Tel que mentionné précédemment nous allouons une perte de charge de 10 pi pour la vanne de contrôle.

$\Delta H_{EQ7\text{-}2}$ = 10 pi

**Différence de hauteur de charge cinétique**

La différence de la hauteur de charge cinétique entre points 7 et 2 est:

$$\Delta H_v = \frac{1}{2g}(v_1^{\,2} - v_7^{\,2}) = \frac{1}{2g}(0 - 12.76^2) = -2.5\,pi$$

**La hauteur statique**

Le réservoir de décharge est non pressurisé, donc $H_2$ = 0.

La différence d’élévation $z_2 - z_7$ = 137 - 140 = -3 pi

**La hauteur de charge de pression au point 7.**

L'équation pour la hauteur de charge de pression au point 7 est:

$$H_7 = \Delta H_{F7-2} + \Delta H_{EQ7-2} + \frac{1}{2g}(v_2{}^2 - v_7{}^2) + z_2 + H_2 - z_7$$

En substituant les valeurs calculées dans l'équation ci-haut, on obtient:

$H_7$ = 0.9 + 10 - 2.5 + (137 + 0 - 140) = 5.3 pi - le même résultat que précédemment.

## 2.11 L'ÉQUATION DE LA HAUTEUR DE CHARGE TOTALE POUR UN SYSTÈME À UNE ENTRÉE ET DEUX SORTIES

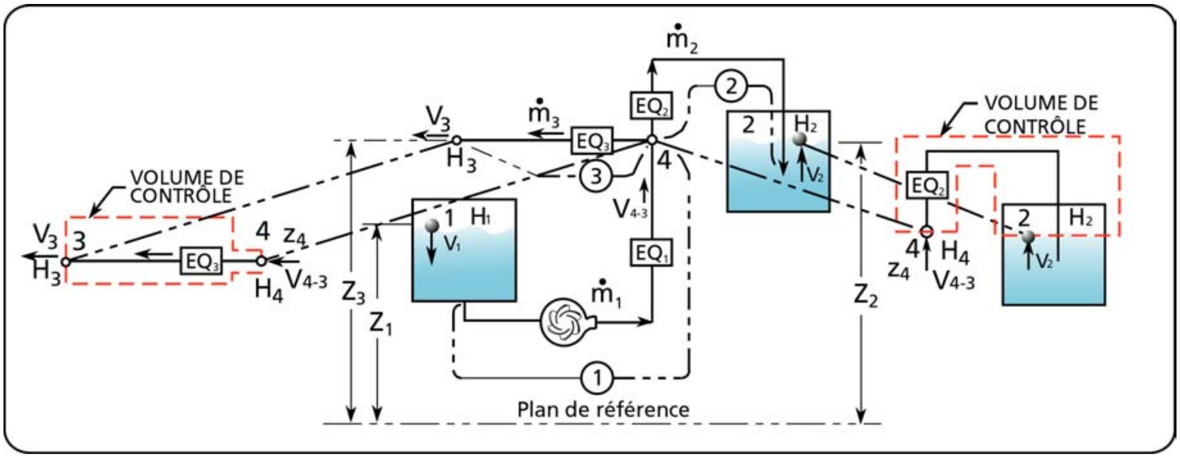



*Figure 2-14 L'utilisation du volume de contrôle pour déterminer la hauteur de charge totale d'un système à une entrée et deux sorties.*

Les systèmes industriels ont souvent plus d'une sortie (voir la figure 2-14).

L'équation [2-4] exprime l'équilibre des énergies dans un système quelconque. Le principe de conservation de l'énergie et de masse est utilisé.

$$\dot{Q}_E - \dot{W} = \Delta\dot{E} + \Delta\dot{K}E + \Delta\dot{P}E$$

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 + \dot{m}_3$$

Le même raisonnement utilisé pour développer l'équation [2-12] peut être utilisé pour développer l'équation d'un système avec entrées et sorties multiples. $\dot{Q}_E$ est la somme de toutes les pertes de charge due au frottement dans la tuyauterie et les équipements. $\dot{W}$ est le travail fournit par la pompe. $\Delta\dot{E}n$ est la somme des enthalpies à la sortie moins la somme de celles à l'entrée du système. $\Delta\dot{K}E$ est la somme des énergies cinétique à la sortie moins la somme de celles à l'entrée du système. $\Delta\dot{P}E$ est la somme des énergies potentielles à la sortie moins la somme de celles à l'entrée du système. L'équilibre des énergies est:

$$\frac{\dot{m}_1}{\rho}\left(\Delta p_{F1-4} + \Delta p_{EQ1-4}\right) + \frac{\dot{m}_2}{\rho}\left(\Delta p_{F4-2} + \Delta p_{EQ4-2}\right) + \frac{\dot{m}_3}{\rho}\left(\Delta p_{F4-3} + \Delta p_{EQ4-3}\right) - \frac{\dot{m}_1}{\rho}\Delta p =$$

$$\frac{\dot{m}_1}{\rho}p_1 - \left(\frac{\dot{m}_2}{\rho}p_2 + \frac{\dot{m}_3}{\rho}p_3\right) + \frac{\dot{m}_1}{\rho g_c}{v_1}^2 - \frac{1}{g_c}\left(\frac{\dot{m}_2}{\rho}{v_2}^2 + \frac{\dot{m}_3}{\rho}{v_3}^2\right) + \frac{\dot{m}_1 g}{\rho g_c}z_1 - \frac{g}{g_c}\left(\frac{\dot{m}_2}{\rho}z_2 + \frac{\dot{m}_3}{\rho}z_3\right)$$

on remplace les termes de pression par leur terme équivalent de hauteur de charge de pression (c'est-à-dire $p_1 = \frac{\rho g H_1}{g_c}$, $\Delta p_{F1-4} = \frac{\rho g \Delta H_{F1-4}}{g_c}$, etc.), et tous les termes de débit massique par des débits volumétriques *q*, $\dot{m}_1 = \rho q_1$ etc., on obtient:

$$q_1 \Delta H_P = q_1(\Delta H_{F1-4} + \Delta H_{EQ1-4}) + q_2(\Delta H_{F4-2} + \Delta H_{EQ4-2}) + q_3(\Delta H_{F4-3} + \Delta H_{EQ4-3}) -$$

$$q_1 H_1 + (q_2 H_2 + q_3 H_3) + \frac{1}{2g}(-q_1 v_1^2 + (q_2 v_2^2 + q_3 v_3^2)) - q_1 z_1 + (q_2 z_2 + q_3 z_3)$$

Et puisque $q_1 = q_2 + q_3$ la hauteur de charge totale est:

$$\Delta H_P = (\Delta H_{F1-4} + \Delta H_{EQ1-4}) + (\Delta H_{F4-2} + \Delta H_{EQ4-2}) + \frac{1}{2g}(v_2^2 - v_1^2) + (z_2 + H_2 - (z_1 + H_1)) +$$

$$\frac{q_3}{q_1}(\Delta H_{F4-3} + \Delta H_{EQ4-3}) - (\Delta H_{F4-2} + \Delta H_{EQ4-2}) + \frac{1}{2g}(v_3^2 - v_2^2) + (z_3 + H_3 - (z_2 + H_2)) \qquad [2\text{-}16]$$

Pour que l'équation [2-16] soit vraie la perte de charge dans les embranchements principaux doit être ajustée au moyen des vannes manuelles pour ajuster les débits au besoin du procédé. Le terme EQ2 peut représenter une vanne (voir la figure 2-14) sur l'embranchement 2. En fermant cette vanne, on réduit le débit à l'embranchement 2 et on l'augmente à l'embranchement 3. Les conditions dans un embranchement affectent l'autre à cause de la connexion commune au point 4. Le débit requis au point 3 peut être équilibré en ajustant les composantes dans l'embranchement 2 (par exemple $\Delta H_{F4-3}$, $\Delta H_{EQ4-3}$ *et* $H_4$). On pourrait penser que l'embranchement principale 2 devrait contrôler la hauteur de charge totale de la pompe puisqu'il demande plus de débit que l'embranchement 3. Alors pourquoi les composantes de l'embranchement 3 apparaissent-elles dans l'équation [2-16]? Tous les termes associés avec l'embranchement 3 disparaissant après simplification.

Déterminez la valeur de $H_4$ en utilisant l'équation [2-14] avec un volume de contrôle qui enveloppe l'embranchement 3:

$$H_4 = (\Delta H_{F4-3} + \Delta H_{EQ4-3}) + \frac{1}{2g}(v_3^2 - v_{4-3}^2) + (z_3 + H_3 - z_4)$$

ou

$$(\Delta H_{F4-3} + \Delta H_{EQ4-3}) = H_4 - \frac{1}{2g}(v_3^2 - v_{4-3}^2) - (z_3 + H_3 - z_4) \qquad [2\text{-}17]$$

On détermine aussi la valeur de of $H_4$ avec l'équation [2-14] et un volume de contrôle enveloppant l'embranchement 2:

$$H_4 = (\Delta H_{F4-2} + \Delta H_{EQ4-2}) + \frac{1}{2g}(v_2{}^2 - v_{4-2}{}^2) + (z_2 + H_2 - z_4)$$

ou

$$(\Delta H_{F4-2} + \Delta H_{EQ4-2}) = H_4 - \frac{1}{2g}(v_2{}^2 - v_{4-2}{}^2) - (z_2 + H_2 - z_4) \quad [2\text{-}18]$$

$v_{4-3}$ et $v_{4-2}$ sont respectivement la vitesse au point 4 pour l'embranchement 3 et l'embranchement 2. En substituant l'équation [2-17] et [2-18] dans l'équation [2-16] on obtient:

$$\Delta H_P = \Delta H_{F1-4} + \Delta H_{EQ1-4} + \Delta H_{F4-2} + \Delta H_{EQ4-2} + \frac{1}{2g}(v_2{}^2 - v_1{}^2) + z_2 + H_2 - (z_1 + H_1)$$

$$+ \frac{q_3}{q_1}\left(\frac{1}{2g}(v_{4-3}{}^2 - v_{4-2}{}^2)\right) \quad [2\text{-}19]$$

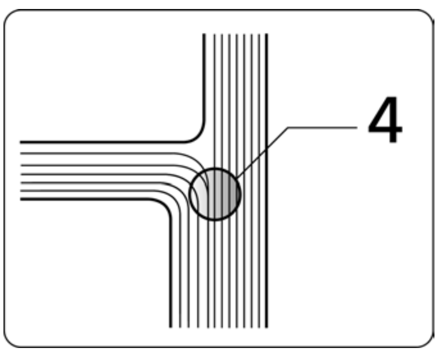



*Figure 2-15 La position du point 4.*

Le point 4 est le point ou l'écoulement se divise pour aller vers l'embranchement 2 et 3. Toutes les particules de fluide ont la même vitesse au point 4 malgré que leur direction soit sur le point de changé.

$$v_4 = v_{4-3} = v_{4-2} \quad [2\text{-}20]$$

Quand on remplace l'équation [2-20] dans [2-19], le dernier terme dans l'équation [2-19] disparaît et on obtient l'équation [2-21] ce qui est la même équation pour un système à un embranchement. Ceci veut dire que l'embranchement 3 n'a pas d'impact sur la hauteur de charge totale en présumant que le trajet des particules à travers l'embranchement 2 représente la demande d'énergie la plus élevée.

$$\Delta H_P = \Delta H_{F1-2} + \Delta H_{EQ1-2} + \frac{1}{2g}(v_2{}^2 - v_1{}^2) + z_2 + H_2 - (z_1 + H_1) \quad [2\text{-}21]$$

Dans beaucoup de cas, le trajet qui demande le plus d'énergie est évident. Qu'est-ce qui arrive si le débit requis dans l'embranchement 3 est égale au débit dans l'embranchement 2? Ou alternativement, si le débit est petit dans l'embranchement 3 mais le niveau de la sortie est élevé. Il est plus difficile de juger ces situations et on doit faire un calcul individuel de la hauteur de charge totale pour chacun des embranchements.

La hauteur de charge totale de la pompe en considérant le trajet des particules dans l'embranchement 3 est:

$$\Delta H_P = \Delta H_{F1-3} + \Delta H_{EQ1-3} + \frac{1}{2g}(v_3^{\,2} - v_1^{\,2}) + z_3 + H_3 - (z_1 + H_1) \qquad [2\text{-}22]$$

Pour que le système fonctionne, la hauteur de charge totale la plus haute est basée sur les équations [2-21] ou [2-22] sera utilisée pour sélectionner la pompe.

## 2.12 UNE MÉTHODE GÉNÉRALE POUR DÉTERMINER LA HAUTEUR DE CHARGE TOTALE DANS UN SYSTÈME À ENTRÉES ET SORTIES MULTIPLES

L'équilibre d'énergie pour un système est: $\dot{Q}_E - \dot{W} = \Delta\dot{E}n + \Delta\dot{K}E + \Delta\dot{P}E$

La figure 2-16 représente un système avec (n) entrées et (m) sorties.

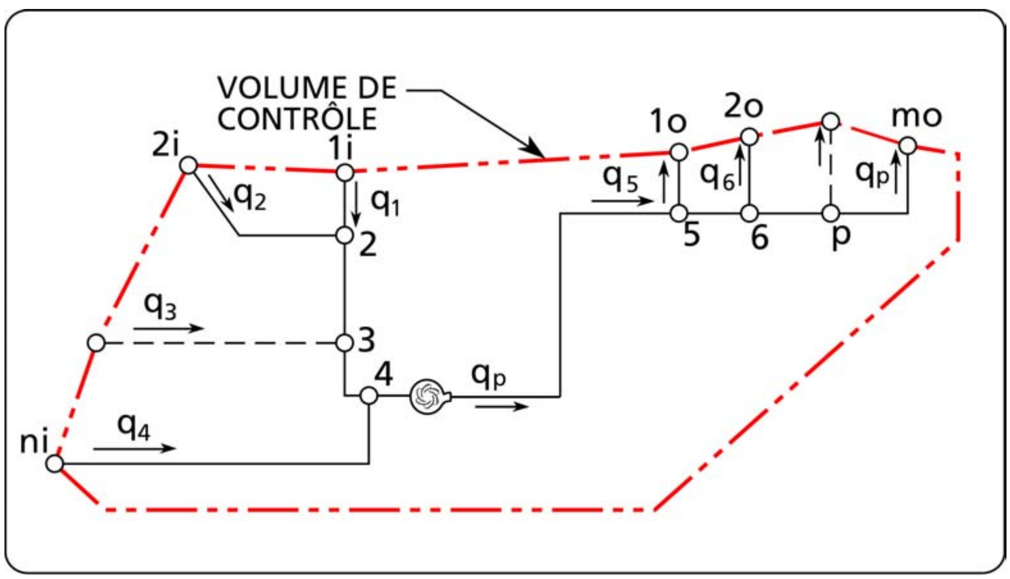



*Figure 2-16 Un système général avec multiples entrées et sorties.*

Le système de la figure 2-16 a des embranchements aux indices numérotés de 1 à p. Ces indices sont utilisés pour identifier les débits (par exemple $q_1$, $q_2$, ..$q_p$). Il y a des entrées aux indices numérotés de li à ni, ces indices sont utilisées pour identifier les propriétés du système aux entrées (par exemple $v_{1i}$, $H_{1i}$, $z_{1i}$, $v_{2i}$, $H_{2i}$, $z_{2i}$, ... $v_{ni}$, $H_{ni}$, $z_{ni}$). De façon semblable, il y a des sorties aux indices numérotés de 1o à mo.

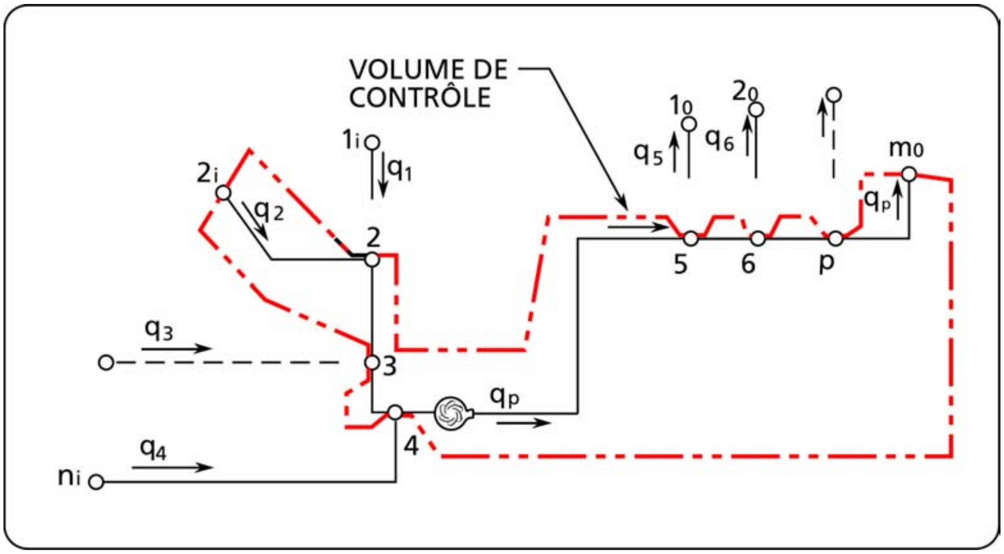



*Figure 2-17 L'utilisation du volume de contrôle sur un système avec entrées et sorties multiples.*

Il y a un trajet pour les particules de fluide qui demandera plus d'énergie de la pompe pour un débit donné. Souvent ce trajet est évident, autrement il faut faire la vérification de tous les trajets et trouver celui qui est le plus exigeant.

Les équations suivantes sont basées sur la formule général suivante pour le taux d'énergie dans un système de fluide:

$$TAUX\ \ D'ÉNERGIE = v\Delta F = \dot{V}\Delta P = \frac{\dot{m}}{\rho}\Delta p \propto q\Delta H$$

La perte de charge due au frottement $\dot{Q}_E$ est:

$$q_{BR1}(\Delta H_{F1} + \Delta H_{EQ1}) + q_{BR2}(\Delta H_{F2} + \Delta H_{EQ2}) + \ldots + q_{BRp}\Delta H_P = \sum_{t=1}^{t=p} q_t(\Delta H_{Ft} + \Delta H_{EQt})$$

où les indices 1 à p veulent dire l'embranchement no.1, 2, etc., jusqu'à l'embranchement no. p.

Le taux de travail $\dot{W}$ est:

$$q_P \Delta H_P$$

Le taux de variation de l'enthalpie $\Delta \dot{E}n$ est:

$$q_{1i}H_{1i} + q_{2i}H_{2i} + \ldots + q_{ni}H_{ni} - (q_{1o}H_{1o} + q_{20}H_{2o} + \ldots + q_{mo}H_{mo}) = \sum_{t=1}^{t=n} q_{ti}H_{ti} - \sum_{t=1}^{t=m} q_{to}H_{to}$$

Le taux de variation de l'énergie cinétique $\Delta E\dot{C}$ est:

$$\frac{1}{2g}\left((q_{1i}v^2{}_{1i} + q_{2i}v^2{}_{2i} + \ldots + q_{ni}v^2{}_{ni} - (q_{1o}v^2{}_{1o} + q_{20}v^2{}_{2o} + \ldots + q_{mo}v^2{}_{mo})\right) = \frac{1}{2g}\left(\sum_{t=1}^{t=n} q_{ti}v^2{}_{ti} - \sum_{t=1}^{t=m} q_{to}v^2{}_{to})\right)$$

La taux de variation de l'énergie potentielle $\Delta E\dot{P}$ est:

$$q_{1i}z_{1i} + q_{2i}z_{2i} + \ldots + q_{ni}z_{ni} - (q_{1o}z_{1o} + q_{20}z_{2o} + \ldots + q_{mo}z_{mo}) = \sum_{t=1}^{t=n} q_{ti}z_{ti} - \sum_{t=1}^{t=m} q_{to}z_{to}$$

La hauteur de charge totale de la pompe $\Delta H_P$ est:

$$\boxed{q_P \Delta H_P = \sum_{t=1}^{t=p} q_t(\Delta H_{Ft} + \Delta H_{EQt}) + \frac{1}{2g}\left(\sum_{t=1}^{t=n} q_{ti}v^2{}_{ti} - \sum_{t=1}^{t=m} q_{to}v^2{}_{to}\right) + \sum_{t=1}^{t=n} q_{ti}(z_{ti} + H_{ti}) - \sum_{t=1}^{t=m} q_{to}(z_{to} + H_{to})} \qquad [2\text{-}23]$$

L'équation [2-23] est semblable à l'équation [2-16] avec la différence qu'il y a plusieurs entrées et sorties.

## 2.13 UNE MÉTHODE GÉNÉRALE POUR DÉTERMINER LA HAUTEUR DE CHARGE TOTALE DANS UN SYSTÈME À MULTIPLES POMPES, ENTRÉES ET SORTIES

**Les entrées et les sorties vs. Les points de connexions internes**

Un des buts d'un système ouvert est de déplacer le fluide d'un point à un autre. Un système complexe peut utiliser plusieurs entrées et transférer le fluide à plusieurs sorties. Seulement les entrées et les sorties ont des propriétés thermodynamiques, donc, la vitesse, l'élévation et la pression à ces points sont des caractéristiques critiques du système. Tous points de connexions internes avec embranchements utilisés pour recirculer le fluide à l'intérieur du système ne possèdent pas de propriétés thermodynamiques par rapport au système. Ces connexions internes sont présentes pour assurer le bon fonctionnement du système. Par exemple, prenons un système avec une entrée et une sortie et une ligne de recirculation entre la sortie et L'entrée de la pompe tel que montré à la figure 2-18. Le but de cette ligne de recirculation est d'assurer le bon fonctionnement de la pompe. Comment cette ligne affecte-t-elle le système si le même débit est requis au point 2 avec ou sans cette ligne?

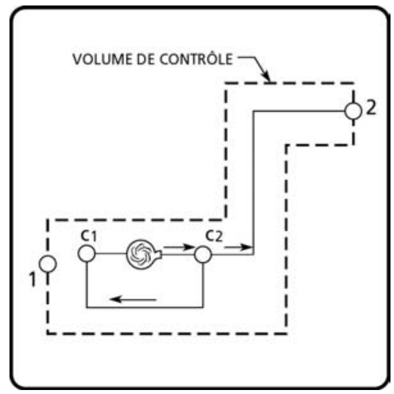



*Figure 2-18 l'effet des connexions interne dans un système.*

L'équilibre des énergies est: $\dot{Q}_E - \dot{W} = \Delta\dot{E} + \Delta\dot{KE} + \Delta\dot{PE}$

$\dot{Q}_E$ est affecté puisqu'il y a plus de frottement avec la ligne de recirculation additionnelle. $\dot{W}$ est aussi affectée puisque la pompe aura besoin d'une plus grande capacité pour fournir le débit qui doit aussi passer à travers la ligne de recirculation. L'effet de la ligne additionnelle est d'augmenter le frottement dans le système et donc le travail qui doit être fourni par la pompe.

**Pompes multiples**

Le système de la figure 2-19 est complexe. C'est le même système que celui montré à la figure 2-16 mais avec quelques pompes et embranchements additionnels. Avant de faire des calculs de hauteur de charge totale, déterminez les débits requis dans chacun des embranchements. Le débit à travers chaque embranchement du système doit être connu et ceci exige une compréhension complète du but de chaque pompe. Chaque pompe déplacera le fluide à travers ses embranchements respectifs au débit requis. Pour déterminer la hauteur de charge totale de la pompe A dans la figure 2-19, il faut dans son imagination déconnecter tous les embranchements qui ne font pas partie de la fonction de la pompe A et appliquer l'équation [2-23] (voir la figure 2-20).

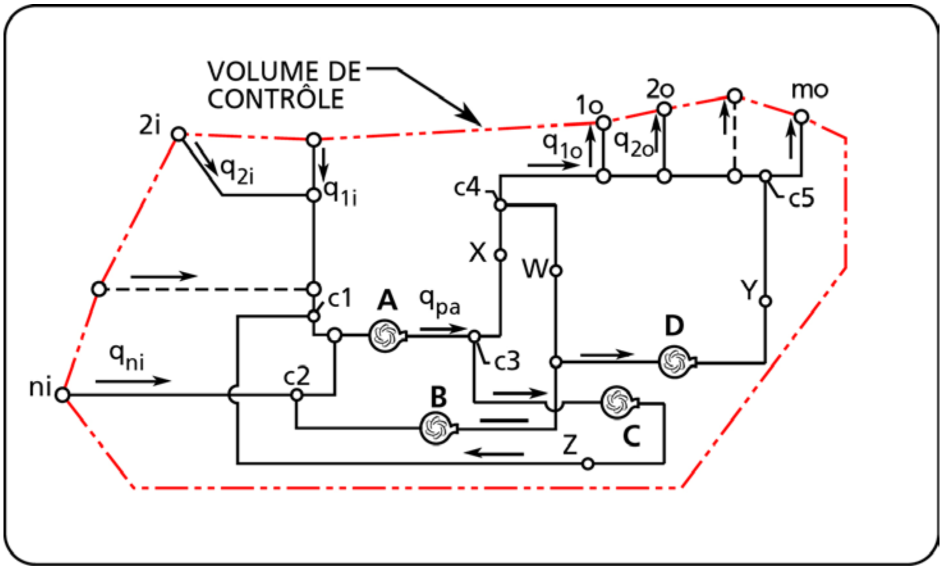



*Figure 2-19 Un système à multiples pompes, entrées et sorties.*

Nous avons maintenant un système beaucoup plus simple montré à la figure 2-20. Ce système est semblable à celui de la figure 2-16 et il peut être solutionné avec l'équation [2-23]. Tous les points de connexions (c1 à c5) sont des points où le débit entre ou sort. Ces points sont internes au système et ne sont pas des entrées et sorties dans le même sens que les entrées 1i..ni et les sorties lo...mo. En d'autre mots, la pression, la vitesse et l'élévation de ces points est sans conséquence pour trouver la hauteur de charge totale de la pompe A. Les embranchements qui sont restés attachés à la pompe A contiennent toutes les entrées et sorties du système.

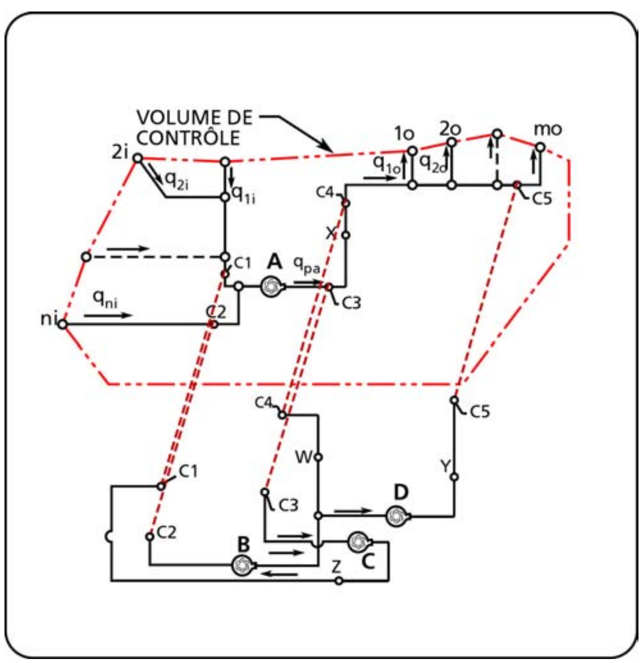



*Figure 2-20 L'utilisation du volume de contrôle dans un système à pompes multiples.*

Pour déterminer la hauteur de charge totale de la pompe B dans la figure 2-20, déterminez en premier la hauteur de charge de pression, d’élévation et de vitesse aux points c2 et c4 (voir l’équation [2-15]) et alors appliquez l’équation [2-23]. Les hauteurs de charge totales des pompes C et D sont déterminées de façon semblable.

## 2.14 UNE MÉTHODE GÉNÉRALE POUR DÉTERMINER LA HAUTEUR DE CHARGE DE PRESSION À N’IMPORTE QUEL ENDROIT DANS UN SYSTÈME À MULTIPLES POMPES, ENTRÉES ET SORTIES

En premier, isolez chaque pompe et Ses embranchements respectifs tel qu’indiqué dans la section précédente et calculez la hauteur de charge totale des pompes. En présumant que le point X est localisé quelque part après la pompe A, la hauteur de charge de pression au point X est donné par:

$$Q_X \Delta H_X = -Q_{PA} \Delta H_{PA} + \sum_{t=BR1}^{t=BRp} Q_t (\Delta H_{Ft} + \Delta H_{EQt}) + \frac{1}{2g} \left( \sum_{t=1}^{t=n} Q_{ti} v_{ti}^{\,2} - \sum_{t=1}^{t=m} Q_X v_X^{\,2} \right) + \sum_{t=1}^{t=n} Q_{ti} (z_{ti} + H_{ti}) - Q_X z_X \qquad [2\text{-}24]$$

Si le point X est avant la pompe A alors la même équation s’applique mais avec $\Delta H_{PA} = 0$. Pour calculer la hauteur de charge de pression aux points w, y, et z identifiez leur sous-systèmes respectifs et utilisez l’équation [2-13] si se sont des systèmes avec entrée et sortie simple ou l’équation [2-24] autrement.